Codes géométriques en métrique somme-rang

Elena Berardini
CNRS; Université de Bordeaux

Les codes linéaires en métrique de Hamming jouent un rôle central dans la théorie de la correction des erreurs depuis les années 50 et ont été largement étudiés. À l'inverse, la théorie des codes dans la métrique somme-rang en est encore à ses débuts et, à ce jour, seules quelques constructions sont connues.

Les codes géométriques en métrique de Hamming [2] permettent de surmonter le principal inconvénient des codes de Reed–Solomon, qui est que leur longueur est bornée par la cardinalité du corps fini sur lequel on travaille, tout en bénéficiant de bons paramètres. La contrepartie des codes de Reed–Solomon dans la métrique somme-rang sont les codes de Reed–Solomon linéarisés [3]. Ils ont des paramètres optimaux mais souffrent des mêmes limitations que les codes de Reed–Solomon. Cependant, contrairement à la situation des codes en métrique de Hamming, aucune construction géométrique n'a été proposée jusqu'à présent.

Dans cet exposé, nous présenterons la première construction géométrique de codes en métrique somme-rang, que nos avons appelé codes géométriques linéarisés. Après avoir introduit quelques notions de base sur les codes en métrique somme-rang, nous développerons la théorie des espaces de Riemann–Roch sur les anneaux de polynômes de Ore avec coefficients dans le corps de fonctions d'une courbe, en exploitant la théorie classique des diviseurs et des espaces de Riemann–Roch sur les courbes algébriques. Avec cette théorie en main, nous étudierons les paramètres des codes géométriques linéarisés et donnerons des bornes inférieures pour leur dimension et leur distance minimale. Nous montrerons notamment que nos codes présentent des bons paramètres, respectant une borne similaire à celle de Goppa pour les codes géométriques dans la métrique de Hamming.

Cet exposé est basé sur un travail commun avec X. Caruso [1].

Bibliographie

[1] E. Berardini and X. Caruso. *Algebraic Geometry codes in the sum-rank metric*. 2023. arXiv: 2303.08903 [math.AG].

[2] V. D. Goppa. "Algebraico–geometric codes". In: *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Seriya Matematicheskaya* 46.4 (1982), pp. 762–781.

[3] U. Martínez-Peñas. "Skew and linearized Reed–Solomon codes and maximum sum rank distance codes over any division ring". In: *Journal of Algebra* 504 (2018), pp. 587–612.